

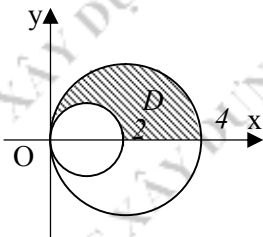
BỘ XÂY DỰNG
TRƯỜNG ĐHXD MIỀN TÂY

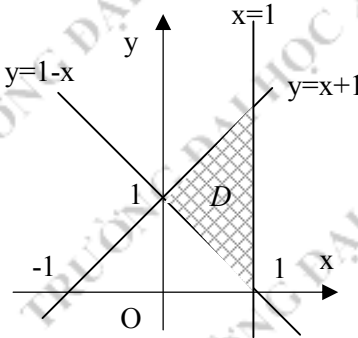
ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN BẠC ĐẠI HỌC

Môn: TOÁN KỸ THUẬT 2

(Đáp án – Thang điểm gồm 2/2 trang)

Câu	Nội dung	Thang điểm
1	Tìm vi phân cấp 1 của: $f(x, y) = \frac{xy^2}{x+y}$	2.0
	Ta có: $df(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$	0.5
	$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y^3}{(x+y)^2}$	0.5
	$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2xy(x+y) - xy^2}{(x+y)^2} = \frac{2x^2y + xy^2}{(x+y)^2}$	0.5
	$df(x, y) = \frac{y^3}{(x+y)^2} dx + \frac{2x^2y + xy^2}{(x+y)^2} dy$	0.5
2	Tính $I = \iint_D \frac{2x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$	2.0
	Vẽ miền D 	0.25
	Đặt $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$	0.25
	$I = \iint_{\Delta} 2r \cdot \cos \varphi \cdot r dr d\varphi$	0.25
	Miền $\Delta = \left\{ (r, \varphi) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}; 2 \cos \varphi \leq r \leq 4 \cos \varphi \right\}$	0.25
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi \int_{2 \cos \varphi}^{4 \cos \varphi} 2r dr$	0.25
	Ta tính $\int_{2 \cos \varphi}^{4 \cos \varphi} 2r dr = r^2 \Big _{2 \cos \varphi}^{4 \cos \varphi} = 12 \cos^2 \varphi$	0.25
	$I = 12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \cdot \cos^2 \varphi d\varphi = 12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 \varphi) d(\sin \varphi)$	0.25
	$I = 12 \left(\sin \varphi - \frac{\sin^3 \varphi}{3} \right) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 8$	0.25
3	Tính $I = \oint_L (x^3 + y + 2) dx + (x^2 y + 2x + 1) dy$	2.0
	Vẽ chu tuyến L	0.25

		
	Ta có $P(x, y) = x^3 + y + 2; Q(x, y) = x^2 y + 2x + 1$ và các đạo hàm riêng của chúng liên tục.	0.25
	$\frac{\partial P}{\partial y} = 1, \frac{\partial Q}{\partial x} = 2xy + 2$	0.25
	Do đó: $I = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \iint_D (2xy + 1) dx dy$	0.25
	Từ đồ thị ta có $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 1-x \leq y \leq 1+x\}$	0.25
	Nên $I = \int_0^1 dx \cdot \int_{1-x}^{1+x} (2xy + 1) dy$	0.25
	Ta tính $\int_{1-x}^{1+x} (2xy + 1) dy = (xy^2 + y) \Big _{1-x}^{1+x} = 4x^2 + 2x$	0.25
	Vậy $I = \int_0^1 (4x^2 + 2x) dx = \left(\frac{4x^3}{3} + x^2 \right) \Big _0^1 = \frac{7}{3}$	0.25
4	$y' + \frac{2}{(x-2)} y = \frac{1}{x^2 - 4}$ (1)	2.0
	$m(x) = e^{\int \frac{2}{x-2} dx}$	0.25
	$= e^{2 \ln(x-2)} = (x-2)^2$	0.25
	(3) $\Leftrightarrow (x-2)^2 y' + 2(x-2) \cdot y = (x-2)^2 \frac{1}{x^2 - 4}$	0.25
	$\Leftrightarrow \left((x-2)^2 y \right)' = \frac{x-2}{x+2}$	0.25
	$\Leftrightarrow (x-2)^2 y = \int \frac{x-2}{x+2} dx$	0.25
	$= \int \left[1 - \frac{4}{x+2} \right] dx$	0.25
	$\Leftrightarrow (x-2)^2 y = x - 4 \ln(x+2) + C$	0.25
	Vậy nghiệm là: $(x-2)^2 y = x - 4 \ln(x+2) + C$	0.25
5	$y'' - y = 5x^2 + 3x - 11$ (1)	2.0
	Tim nghiệm PT (1) ở dạng:	0.25

$y = y_0(x) + y_r(x)$	
Trước hết, ta tìm nghiệm $y_0(x) = ?$ Xét PT thuần nhất: $y'' - y = 0$ (2) Có PT đặc trưng: $k^2 - 1 = 0$ (3) $\Rightarrow k_1 = 1, k_2 = -1$	0.25
Suy ra $y_0(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x}; (C_1, C_2 \in \mathbb{R})$	0.25
Tiếp theo, ta tìm nghiệm $y_r(x) = ?$ Vì $\alpha = 0$ không là nghiệm của (3) nên $s = 0$	0.25
Do đó nghiệm riêng PT (1) là: $y_r(x) = Ax^2 + Bx + C$ (4)	0.25

Thế (4) vào (1) ta được: $-Ax^2 - Bx + (2A - C) = 5x^2 + 3x - 11$ (5)	0.25
Đồng nhất thức (5) ta được: $A = -5, B = -3, C = 1$	0.25
Suy ra $y_r(x) = -5x^2 - 3x + 1$ Vậy $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 5x^2 - 3x + 1; (C_1, C_2 \in \mathbb{R})$	0.25